PRENOM :…………………………………. **NOM** :………………………………… **DISCIPLINE** : Mathématiques **DATE** :……………………………. **ACTIVITE** : Géométrique	**ETABLISSEMENT** : CEM2 BC NDAO IA/IEF KAFFRINE **CLASSES** : 4é **EFFECTIF** ……………………………. **HORAIRE** :………………………………..
LECON : DISTANCE	**DUREE** : 7H

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Utiliser les éléments de base des mathématiques, des sciences et de la technologie
Être autonome et coopératif
Savoir s´exprimer et communiquer
Être un citoyen responsable

COMPETENCE DE BASE:

Utiliser les notions relatives à la distance, aux droites remarquables, aux droites des milieux, au triangle rectangle dans la résolution de problème de géométrie et de la vie courante.

OBJECTIFS SPECIFIQUES :

OS 1 : Restituer les configurations d'intersection de deux cercles
OS 2 : Montrer que deux cercles sont sécants, tangents intérieurement, tangents extérieurement, disjoints.
OS 3. Restituer le critère d'existence d'un triangle à partir de trois nombres donnés.
OS 4 : Restituer les propriétés de la médiatrice pour effectuer un régionnement du plan.
OS 5 : Utiliser les propriétés de la médiatrice pour effectuer un régionnement du plan.
OS 6: Restituer la définition de la distance d'un point à une droite
OS 7 : Trouver la distance d'un point à une droite
OS 8 : Utiliser la distance d'un point à une droite pour résoudre des problèmes
OS 9 : Restituer la propriété de reconnaissance de la bissectrice
OS 10 : Utiliser la propriété de reconnaissance de la bissectrice pour justifier une égalité de distance, ou l'appartenance d'un point à la bissectrice d'un angle/

PRE REQUIS :

Cercle, distance de deux points, bissectrice d'un angle, droites perpendiculaires, milieu d'un segment médiatrice d'un segment.

Ressources et supports pédagogiques :

Internet, CIAM, Collection Excellence, Guides pédagogiques, GU, ordinateur

Présentation de la situation d'apprentissage

Ce chapitre traite des notions de positions relatives et de distance entre différentes parties du plan (droite, point, cercles)
Certaines de ces notions ont été traitées dans les classes antérieures (intersection de cercles, médiatrices, bissectrices). Il s'agit en quatrième de consolider les acquis et de démonter certaines propriétés qui étaient admises.
L'objectif majeur de ce chapitre est renforcer l'apprentissage de la démonstration.

PLAN DU COURS

1) Positions relatives de deux cercles

2) Régionnement du plan et reconnaissance d'un demi-plan

3) Distance d'un point à une droite : Définition

4) Propriétés de la bissectrice d'un angle:

5) Positions relatives d'une droite et d'un cercle

Commentaires

On comparera la distance des centres à la somme et à la différence des rayons des deux cercles.
On étudiera les différents cas possibles.
On dégagera le critère de construction de trois points connaissant les trois distances associées.
On montrera en activité que par un point A pris hors d'une droite (D) le point H de (D) le plus proche de A est le pied de la perpendiculaire à (D) passant par A
On comparera le rayon du cercle et la distance de son centre à la droite.
On remarquera que la figure formée par un cercle de centre O et une droite (D), admet la perpendiculaire à (D) passant par O comme axe de symétrie.
On a l'occasion dans ce chapitre de faire beaucoup de constructions et recherches de lieux géométriques.

I –Positions relatives de deux cercles

Durée : 1 h 30
Matériel : Matériels de géométrie
RESULTATS ATTENDUS
A la fin de la séquence l'élève devra être capable de :
- restituer les critères des différentes configurations de deux cercles et les critères d'existence d'un triangle.
- utiliser les critères des différentes configurations de deux cercles et de l'existence d'un triangle de côté a, b et c.

VERIFICATION DES PRE REQUIS:
Exercice
Construis deux cercles sécants, deux cercles disjoints, deux cercles tangents intérieurement, deux cercles tangents extérieurement.

1 – Cercles disjoints : C'est quand les deux cercles n'ont aucun point commun

a) Activité :

Soit deux cercles $\mathcal{C}$(O ; r) et $\mathcal{C}'$(O' ; r')

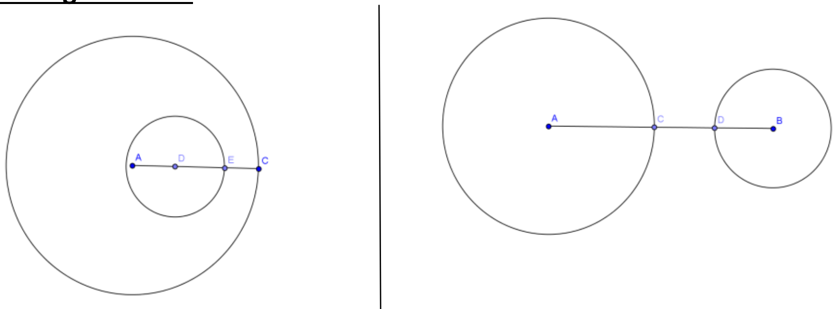
$\mathcal{C}$(O ; 2,5 cm), $\mathcal{C}'$(O'; 1,5 cm) et OO' = 0,5cm.

$\mathcal{C}$(O ; 2,5 cm), $\mathcal{C}'$(O'; 1,5cm) et OO' = 4,5cm

Faites les deux figures, puis calculez :

1° cas r – r' et comparez ce résultat avec OO'
2° cas r + r' et comparez ce résultat avec OO'

Configurations :



OO' < $\lvert r - r' \rvert$	OO' > r + r'
$(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ sont **disjoints** « intérieurement »	$(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ sont **disjoints** « extérieurement »

b) <u>Propriétés</u> :

- Deux cercles sont disjoints intérieurement si la distance entre les centres est inférieur de à la valeur absolue de la différence des rayons
OO' < Ir - r'I

- Deux cercles sont disjoints extérieurement si la distance entre les centres est supérieure à la somme des rayons
OO' > r + r'

2 – <u>Cercles tangents :</u> C'est quand les deux cercles ont <u>un seul</u> point commun

a) <u>Activité :</u>

Soit deux cercles $\mathcal{C}$(O ; r) et $\mathcal{C}'$(O' ; r')

$\mathcal{C}$(O ; 2,5 cm), $\mathcal{C}'$(O'; 1,5 cm) et OO' = 1cm.

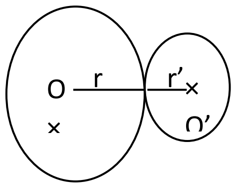
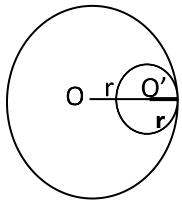
$\mathcal{C}$(O ; 2,5 cm), $\mathcal{C}'$(O'; 1,5cm) et OO' = 4cm

Faites les deux figures, puis calculez :
1° cas r – r' et comparez ce résultat avec OO'
2° cas r + r' et comparez ce résultat avec OO'

<u>Configurations</u>

OO' = r + r'	OO' = $\lvert r - r' \rvert$
$(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ sont **tangents** « extérieurement »	$(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ sont **tangents** « intérieurement

b) Propriétés :

Deux cercles sont tangents extérieurement si la somme des rayons est égale à la distance entre les centres : r + r' = OO'	
Deux cercles sont tangents intérieurement si la valeur absolue de la différence des rayons est égale à la distance entre les centres : Ir - r'I = OO'	

3- Cercles sécants : C'est quand les deux cercles ont <u>deux</u> points communs

a) **Activité :** Soit deux cercles $\mathcal{C}$(O ; r) et $\mathcal{C}'$(O' ; r')

$\mathcal{C}$(O ; 2,5 cm), $\mathcal{C}'$(O'; 1,5 cm) et OO' = 3cm

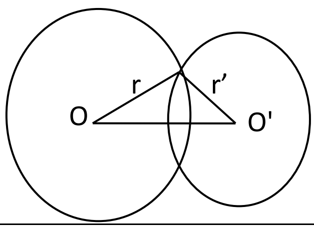
Faites la figure, puis calculez :

r – r' et r + r' comparez ces résultats avec OO'

Configurations

$\lvert r - r' \rvert$ < OO' < r + r'
($\mathcal{C}$) et ($\mathcal{C}'$) sont **sécants** aux points A et B

b) Propriétés :

Deux cercles sont sécants si la distance entre les centres est comprise entre la valeur absolue de la différence des rayons et la somme des rayons. Ir – r'I < OO' < r + r'	

4) Critère d'existence d'un triangle

Activité :

1) Construis si possible un triangle de côté a, b et c dans chacun des cas suivants

- a = 7 cm; b = 4 cm; c = 6 cm
- a = 2 cm; b = 10 cm; c = 5 cm
- a = 3; b = 4; c = 7
- a = 3; b = 4; c = 11

2) Compare dans chaque cas: a + b et c; a + c et b; b + c et a.
3) A quelle condition peut-on construire un triangle de cotés a, b et c.

a, b et c étant trois longueurs données.

Si a + b > c ; a + c > b et b + c > a, alors on peut construire un triangle dont les côtés mesurent a, b et c.

APPLICATION

Exercice 1

Soient deux cercles C(O ; r) et C'(O' ;r'). Complète les phrases suivantes :

1. C(O ; r) et C'(O' ;r') sont tangents intérieurement si…………………………………………………..
2. C(O ; r) et C'(O' ;r') sont tangents extérieurement si…………………………………………………..
3. C(O ; r) et C'(O' ;r') sont disjoints intérieurement si…………………………………………………..
4. C(O ; r) et C'(O' ;r') sont disjoints extérieurement si…………………………………………………..
5. C(O ; r) et C'(O' ;r') sont sécants si…………………………………………………...

Exercice 2

A quelle condition les nombres positifs a, b et c sont les longueurs des côtés d'un triangle ?

Exercice 3

Soient deux cercles C(O ; r) et C'(O' ;r'):

Donne la position relative des deux cercles (sans les construire) dans chacun des cas suivants (justifie ta réponse) :

i) OO' = 7 cm ; r = 5 cm ; r' = 12 cm
ii) OO' = 7 cm ; r = 5 cm ; r' = 6 cm
iii) OO' = 12 cm ; r = 5 cm ; r' = 3 cm
iv) OO' = 3 cm ; r = 6 cm ; r' = 10 cm
v) OO = 4 cm; r = 15 cm; r' = 11 cm.

Exercice 4

Construis si possible le triangle ABC dans chacun des cas suivants:

i) AB = 4 cm ; AC = 6 cm ; BC = 7 cm
ii) AB = 1 cm ; AC = 1 cm ; BC = 7 cm
iii) AB = 4,2 cm ; AC = 6 cm ; BC = 7 cm
iv) AB = 4 cm ; AC = 6 cm ; BC = 10 cm

II- REGIONNEMENT DU PLAN ET RECONNAISSANCE D'UN DEMI-PLAN

Durée : 1 h

Matériel : Matériels de géométrie

Résultats attendus

A la fin de la séquence l'élève sera capable de :

Restituer les propriétés de la médiatrice pour effectuer un régionnement du plan

Utiliser les propriétés de la médiatrice pour effectuer un régionnement du plan

Vérification des prérequis:

Activité

Trace un segment [AB] puis construis la médiatrice (d) de ce segment.

Marque un point M du plan tel MA = MB ;

Où se trouve le point M ? Justifie ta réponse.

a) Activité :

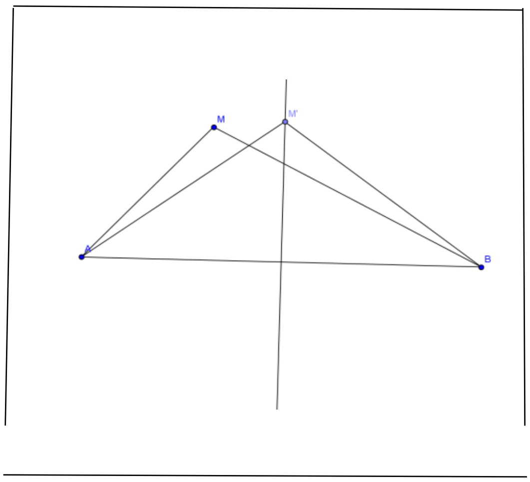
Soit [AB] un segment et (D) sa médiatrice.

1) Placer un point M du plan du même côté de A par rapport à (D) puis comparer MA et MB.
2) Placer un point M’ sur (D) puis comparer M’A et M’B.
3) Traduire « K est plus proche de B que de A » par une relation entre KB et KA puis placer le point K.

Solution :

MA < MB

M’A = M



« K est plus proche de B que de A »

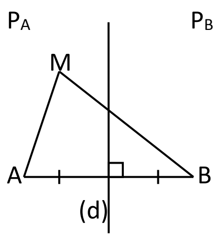
Signifie que KA> KB

b) **Régionnement du plan :**

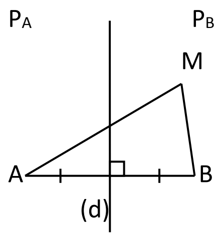
La médiatrice d’un segment partage un plan en trois régions : le demi-plan contenant A et le demi-plan contenant B et la médiatrice (d) appelée frontière des deux demi-plans.

C) Propriétés de caractérisation d’un demi-plan : Soit un segment [AB], **(d) sa médiatrice et M un point du plan.**

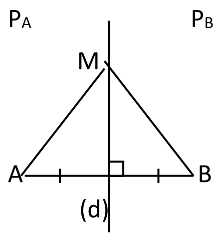
a) Si M $\in P_A$ alors MA < MB
Inversement si :
MA < MB alors M$\in P_A$;



b) a) Si M $\in P_B$ alors MA > MB
Inversement si :
MA > MB alors M$\in P_B$;



b) a) Si M $\in$ (d)
alors MA =MB
Inversement si MA = MB alors M$\in$ (d);



Application

Exercice1

Soit un segment [IJ] et sa médiatrice (L) et M un point du plan. Complète les phrases suivantes :

-Si M $\in$ (L)……………………….alors……………………………………

-Si M $\in$ P_J……………………….alors ……………………………….

-Si M $\in$ P_I……………………… alors ……………………………….

-Si MI = MJ…………………… alors ……………………………….

-Si MI < MJ …………………… alors ……………………………………

-Si MI > MJ …………………… alors ……………………………………

Exercice2

Trace un segment [AB] et construis sa médiatrice (d). Marque un point Q tel que AQ < BQ. On appelle M le point d'intersection de (d) et (BQ). Démontre que le périmètre du triangle ABQ est supérieur à celui du triangle AMB.

III- DISTANCE D'UN POINT A UNE DROITE

Durée : 1 h

Matériel : Matériels de géométrie

RESULTATS ATTENDUS

A la fin de la séquence l'élève devra être capable de

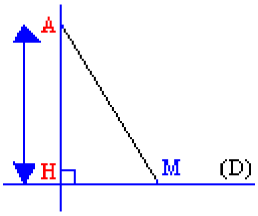
Restituer la définition de la distance d'un point à une droite

Trouver la distance d'un point à une droite

Utiliser la distance d'un point à une droite

1) Activité

Tracer une droite (D) ; placer un point A hors de (D). Construire la perpendiculaire (D') à (D) passant par A et qui coupe (D) en H.



Compare AH et AM puis dis quelle est la distance qui est plus courte par rapport à la droite (D) ?

2) Définition

Soit une droite (D) et un point A du plan. La perpendiculaire à (D) passant par A coupe (D) en H.

On appelle distance du point A à la droite (D), la distance AH.

Remarque si K est un point de (D) distinct de H, on a AH < AK.

Application

Exercice 1 : Complète les phrases suivantes :

1- La distance d'un point M à une droite (d) est ………………………………..………

2- Pour avoir la distance d'un point à une droite, je……………………………………

Exercice 2 :

L'unité de longueur est le centimètre. Trace un droite (I) et place des points M, N, P, Q dont les distances respectives à (I) sont 3 ; 4,5 ; 0 et 2.

IV- PROPRIETE DE LA BISSECTRICE D'UN ANGLE

Durée : 1 h

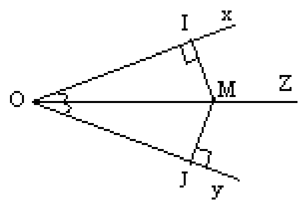
Matériel : Matériels de géométrie

Résultats attendus
A la fin de la séquence l'élève devra être capable :
De restituer la propriété de reconnaissance de la bissectrice
D'utiliser la propriété de reconnaissance de la bissectrice pour justifier une égalité de distance ou l'appartenance d'un point à la bissectrice d'un angle.
Vérification des prérequis
Activité
Construis un angle $X\hat{O}Y$ puis la bissectrice de cet angle.
Quel est l'axe de symétrie de cet angle ?

Propriété de la bissectrice

1) Activité

Tracer un angle xôy et sa bissectrice (OZ), marquer un point M sur (OZ)
Tracer la perpendiculaire passant par M à [OX) qui la coupe en I
Tracer la perpendiculaire passant par M à [OY) qui la coupe en J
Déterminer les symétriques de [OX) et (MI) par la symétrie orthogonale d'axe (OM).



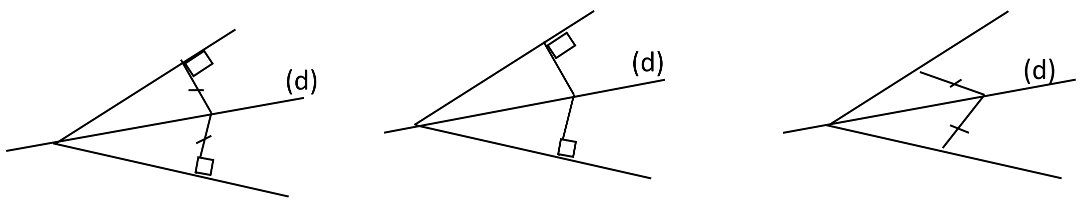
[OY) est le symétrique de [Ox) par rapport à (OZ)
MI est le symétrique MJ par rapport à (OZ) donc MI = MJ
Si MI = MJ alors M $\in$(OZ)
Si M $\in$(OZ) alors MI = MJ

2) Propriétés :

- Si un point est sur la bissectrice d'un angle alors il est équidistant des côtés de cet angle.
- Si un point est équidistant des côtés d'un angle alors il est sur la bissectrice de cet angle.

Application :
Exercice 1 Complète les phrases suivantes:

Pour montrer qu'un point est à égal distance des côté d'un angle, il suffit de montrer ………………...
Pour montrer qu'un point appartient à la bissectrice d'un angle, il suffit de montrer que ………………
Exercice 2
On donne les trois figures suivantes



Détermine celle sur laquelle le codage permet de dire que la droite (d) est bissectrice de l’angle.

V- POSITIONS RELATIVES D’UNE DROITE ET D’UN CERCLE

Durée : 2 h 30

Matériel : Matériels de géométrie

Résultats attendus

A la fin de la séquence l’élève devra être capable de
Restituer les configurations d’intersection d’un cercle et d’une droite
Montrer qu’une droite et un cercle sont sécants, tangent ou disjoints
Construire une tangente à un cercle donné passant par un point donné extérieur au cercle

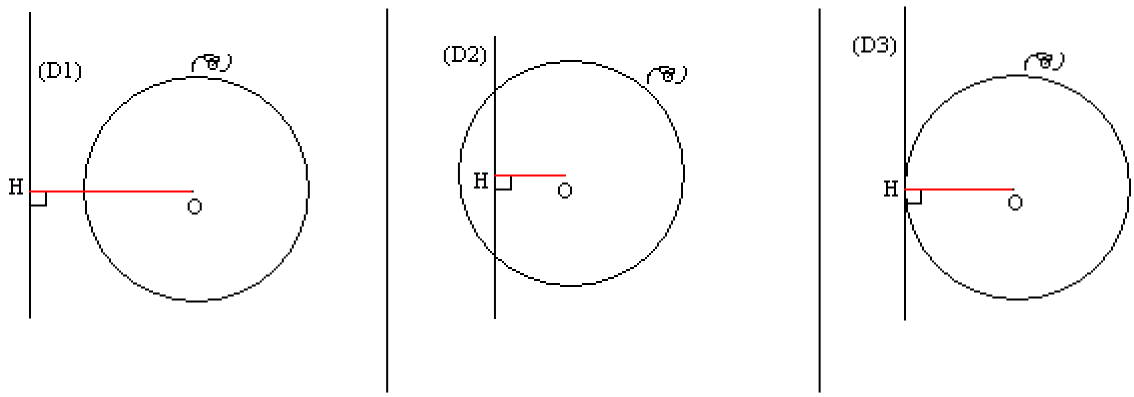
1) Activité

Tracer un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon 3 cm.

Tracer une droite (D_1) à 4 cm de O, une droite (D_2) à 2 cm de O et une droite (D_3) à 3 cm de O.

Préciser le nombre de points communs au cercle $(\mathcal{C})$ et à chacune des droites (D_1), (D_2) et (D_3).

Comparer le rayon du cercle à la distance de O à (D_1), à (D_2) et à (D_3)



(D_1) et $(\mathcal{C})$ sont disjoints (D_2) et $(\mathcal{C})$ sont sécants (D_3) et $(\mathcal{C})$ sont tangents

2) Propriétés

Soit un cercle C(O, r) et (d) une droite du plan. Soit OH la distance du point O à la droite (d).
Si OH > r, alors (d) et C n’ont pas de point commun. On dit qu’ils sont disjoints.
Si OH = r, alors (d) et C ont un seul point commun H. On dit que qu’ils sont tangents.
Si OH < r, alors (d) et C ont deux points communs. On dit qu’ils sont sécants

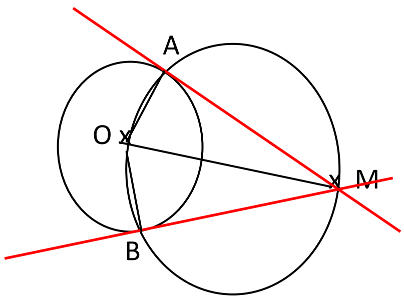
Remarque 1 :
La figure formée par un cercle de centre O et une droite (d) admet une perpendiculaire à (d) passant par O comme axe de symétrie.

Remarque 2
Si (d) est tangent à un cercle (C) de centre O en H alors (d) est perpendiculaire à (OH).

Tangente à un cercle passant par un point situé à l’extérieur du cercle

Soit (C) un cercle de centre O et de rayon r. Soit M un point du plan extérieur au cercle.
Pour construire une tangente à (C) passant par M,

- on trace le cercle (C’) de diamètre OM ; C’ coupe (C) en deux points A et B
- chacune des droite (AM) et (BM) est une tangente au cercle (C) passant par M.



Application :

Exercice 1

Construis un cercle (C) ;
Trace une droite (d1) sécante à (C) ; une droite (d2) tangente à (C) et une droite (d3) telle que (d3) et (C) soient disjoints.

Exercice 2

Trace un cercle (C) de centre O et de rayon 4 cm. Marque un point M tel que OM = 6 cm. Construis une tangente à (C) passant par M.

Exercice 3

Marque deux points I et I' tels que II' = 6 cm. Construis les cercle (C1) et (C2) de centres respectifs I et I' et de même rayon 2 cm. Construis un cercle (C3) tangent à (C1) et (C2). Précise le rayon de (C3).

Exercice 4

1) Trace deux cercles (C) et (C') de même centre O et de rayons respectifs 3 cm et 5 cm. (On dit que ces deux cercles sont concentriques).
2) Trace une droite (d) tangente à un des cercles et sécante à l'autre. Compare la distance de O à la droite (d) à chacun des rayons.
3) Même question pour une droite (L) tangente à un cercle et ne coupant pas l'autre cercle.
4) Même question pour une droite (L') sécante aux deux cercles.

FIN

COURS PREPARE PAR M KA PROFESSEUR DE MATHS AU CEM 2 BC NDAO DE KAFFRINE.

Vos suggestions ou vos remarques sur 775450720